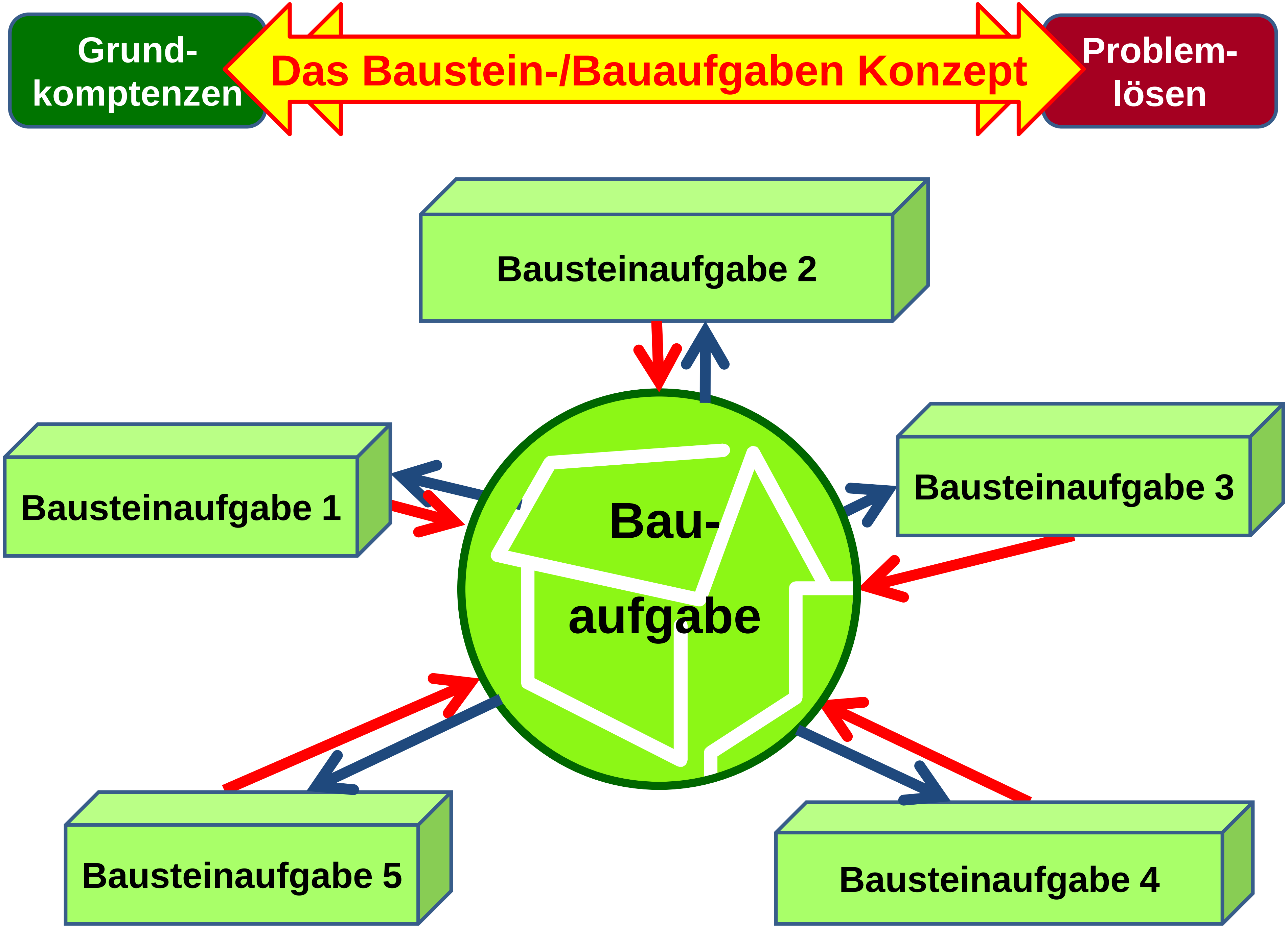
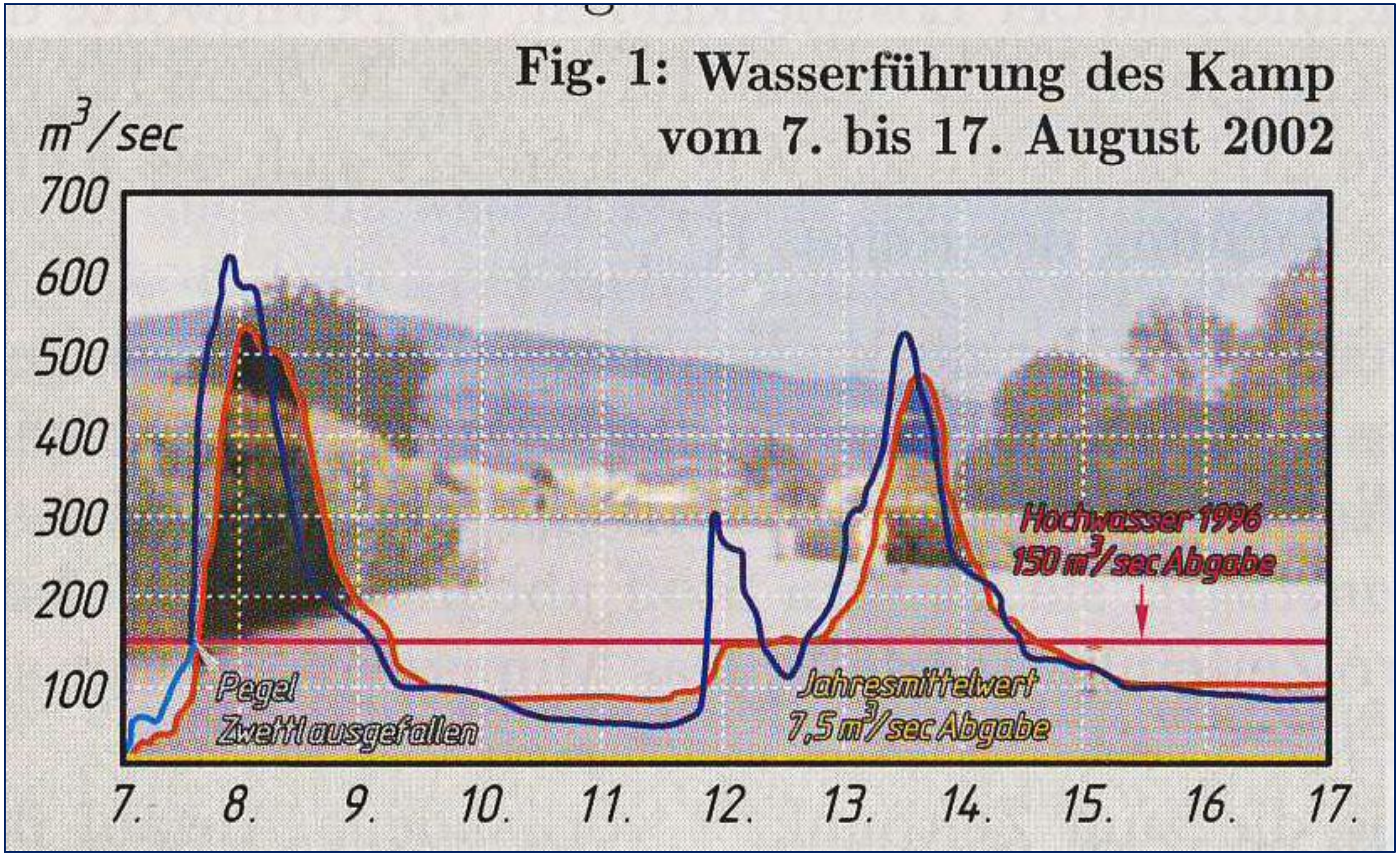

Grund-
komptenzen
Das Baustein-/Bauaufgaben Konzept
Problem-
lösen
Bausteinaufgabe 2
Bausteinaufgabe 1
Bau-
aufgabe
Bausteinaufgabe 3
Bausteinaufgabe 5
Bausteinaufgabe 4

Mathematik der Überschwemmungen

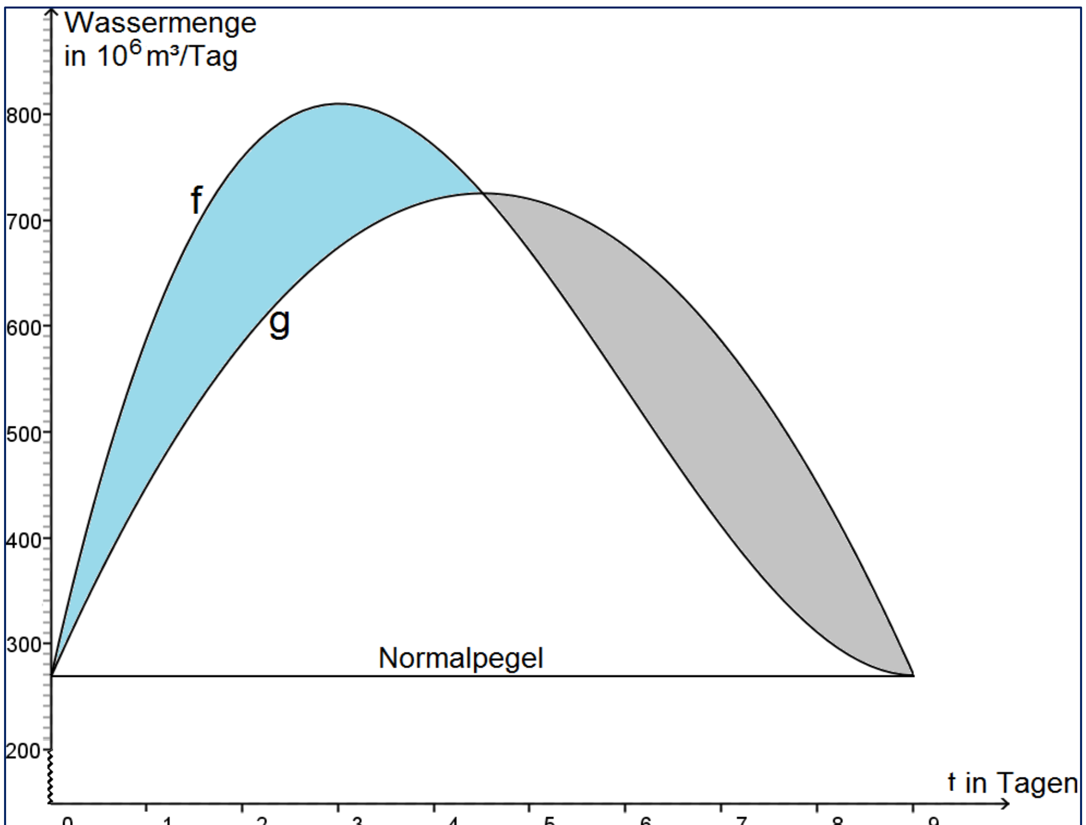
Quellen: Andrea Ferlin Aufgabenpool BIFIE (erscheint demnächst).
Götz s. u.a.: Lehrbuch der Mathematik 8, ÖBV/HPT Verlag S 110-111



Wasserführung des Kamp **vor** der Talsperre Thurnberg/Wegscheid

Wasserführung des Kamp **nach** der Talsperre Thurnberg/Wegscheid

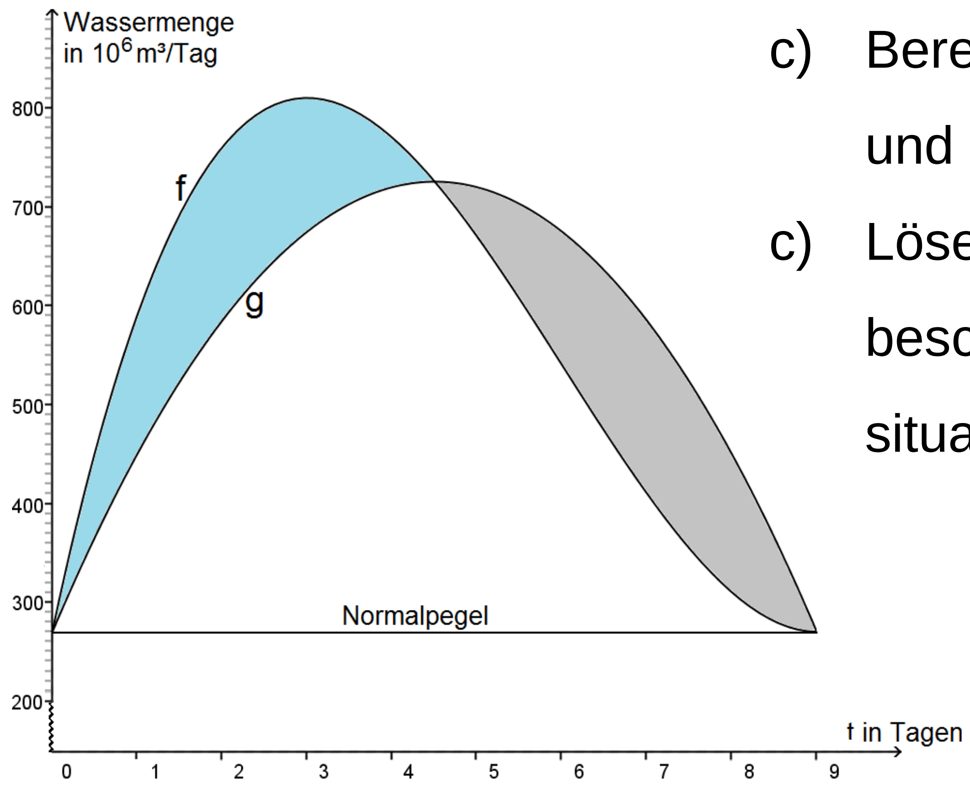
Hochwasser: Dabei tritt zu Beginn eine Stoßwelle auf, im Verlauf von neun Tagen kehrt der Wasserstand wieder zum Normalpegel zurück. Dieser Sachverhalt kann modellhaft durch folgende Beschreibung erfasst werden:
Die pro Tag heranfließende Wassermenge an einer Pegelmessstelle wird näherungsweise durch die Polynomfunktion f mit **$f(t) = 5t^3 - 90t^2 + 405t + d$** beschrieben.
Die während des Hochwassers im Flussbett pro Tag transportierte Wassermenge wird durch die quadratische Funktion g mit
$g(t) = -22{,}5t^2 + 202{,}5t + 270$ dargestellt.



Die Differenz wird durch Schleusen in die Auwälder abgeleitet (Retentionsgebiete). Beim Abflauen des Hochwassers wird annähernd das gesamte in die Auwälder gespülte Wasser wieder in den Fluss zurückgeführt.

a) Nach wie vielen Tagen wird die größte Wassermenge herangeführt? Um wie viel Prozent ist sie größer als der Normalpegel des Flusses?

b) Nach dem Erreichen des Spitzenwertes kommt es zunächst zu einer raschen Verringerung der täglich heranfließenden Wassermenge. Ermitteln Sie den Wendepunkt der Funktion f und erläutern Sie seine Bedeutung im Zusammenhang mit dem Hochwasser.



c) Berechnen Sie das Integral $\int_0^9 \left(f(t)-g(t)\right)dt$ und interpretieren Sie das Ergebnis

c) Lösen Sie die Gleichung f(t) = g(t) und beschreiben Sie die Hochwasser-situation nach 4,5 Tagen

Klassifikation:

a) **AN4.3**: Eigenschaften von Funktionen mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben können: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen
AN1.1: Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden können

b) **AN4.3**: Eigenschaften von Funktionen mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben können: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen

c) **AN5.2**: Einfache Regeln des Integrierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel $\int k \cdot f(x)\,dx$, $\int f(k \cdot x)\,dx$, (vgl. Funktionale Abhänigkeiten)

d) **AG2.3**: Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

FA1.6: Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen grafisch und rechnerisch ermitteln und im Kontext interpretieren können

🛠Baustein 1: Lokale Extrema 1

Begründen Sie, warum die 1. Ableitung f‘ einer Funktion f an der Stelle eines lokalen Extremums den Wert null hat.
Kreuzen Sie die richtige(n) Aussage(n) an:

⨂ Der Anstieg der Tangente an den Graphen von f ist an der Stelle eines lokalen Extremums null.

⨂ Die Tangente an den Graphen von f verläuft an dieser Stelle parallel zur x-Achse.

☐ Der Graph der Funktion f hat an der Stelle eines lokalen Extremums immer eine Nullstelle.

⨂ Der Graph der Funktion f‘ hat an der Stelle eines lokalen Extremums immer einen Schnittpunkt mit der x-Achse.

☐ Der Graph der Funktion f‘ hat an der Stelle eines lokalen Extremums immer eine waagrechte Tangente

Format: Multiple-Choice X aus 5.

🛠Baustein 2: Lokale Extrema 2

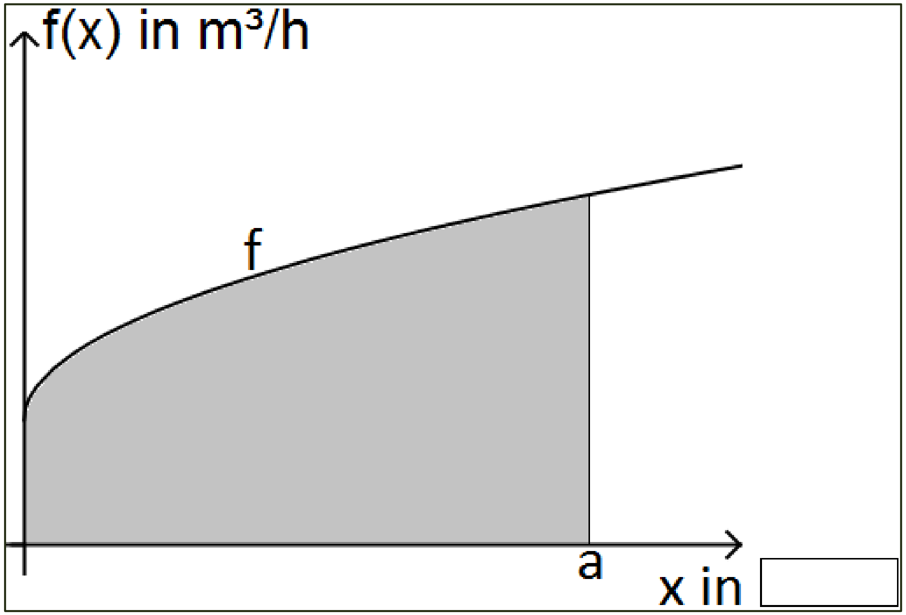
Die zweite Ableitung f“ einer Funktion f ist an der Stelle eines lokalen Hochpunkts ist

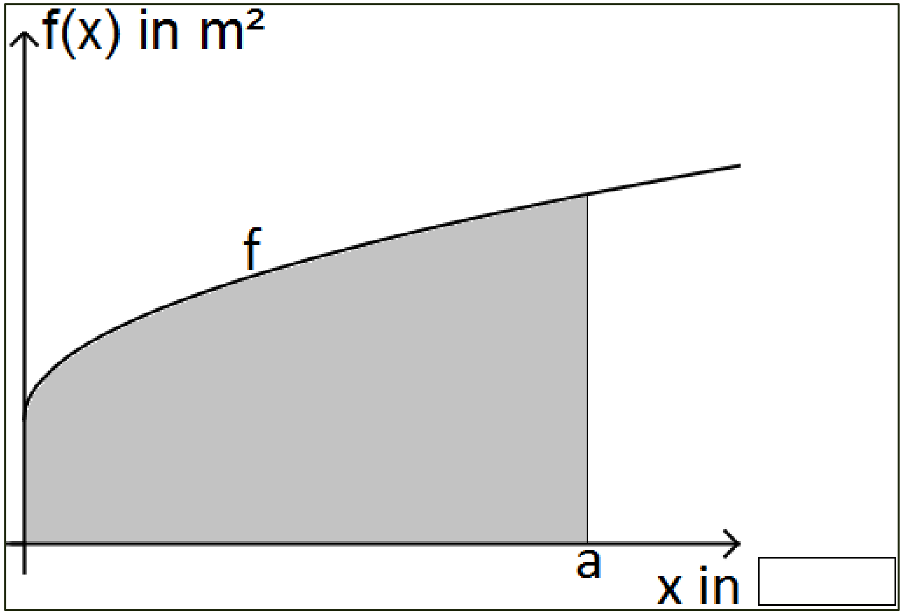
☒ negativ,		□ der Graph von f in der Umgebung eines lokalen Hochpunkts linksgekrümmt ist.
□ null,	weil	☒ der Graph von f in der Umgebung eines lokalen Hochpunkts rechtsgekrümmt ist.
□ positiv,		□ sich die Krümmung des Graphen von f in einem lokalen Hochpunkt ändert.

Kreuzen Sie das Zutreffende an!

Format: Lückentext

🛠Baustein 3: Einheiten



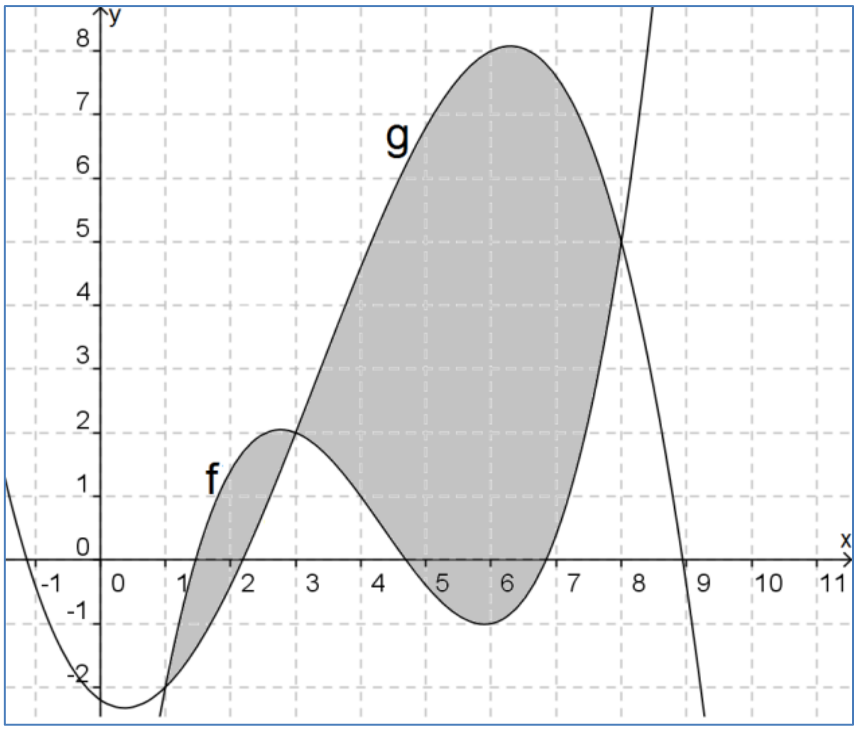


Mit dem Integral $\int_0^a f(x)\,dx$ soll ein Volumen (in m³) berechnet werden. Ergänzen Sie in den beiden Abbildungen die fehlende Einheit der x-Achse.

Format: Halboffenes Format

🛠Baustein 4: Flächenberechnung

Die Summe A der Inhalte der beiden von den Graphen der Funktionen f und g eingeschlossenen Flächen soll berechnet werden.



Kreuzen Sie die richtige(n) Formel(n) an!

☐ $A = \int_1^8 \left(f(x) - g(x)\right) dx$

⊗ $A = \int_1^3 \left(f(x) - g(x)\right) dx + \int_3^8 \left(g(x) - f(x)\right) dx$

☐ $A = \left| \int_1^8 \left(f(x) - g(x)\right) dx \right|$

⊗ $A = \int_1^3 \left(f(x) - g(x)\right) dx - \int_3^8 \left(f(x) - g(x)\right) dx$

⊗ $A = \left| \int_1^3 \left(f(x) - g(x)\right) dx \right| + \left| \int_3^8 \left(f(x) - g(x)\right) dx \right|$

Format: Multiple-Choice X aus 5.

🛠Baustein 5: Gleichung 3. Grades

Geben Sie die Lösungen der folgenden Gleichung in $\mathbb{R}$ an!

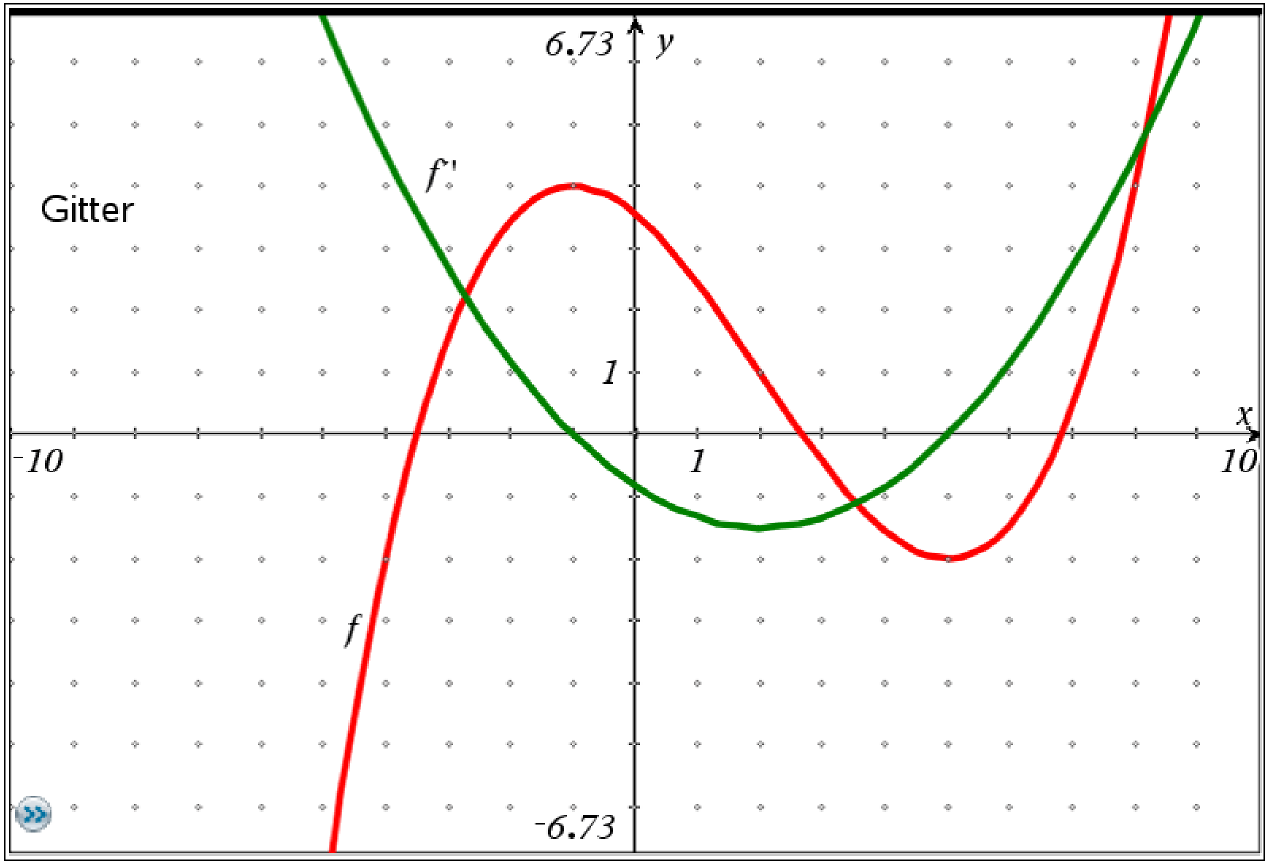
$$4x \cdot (x^2 - 2x - 15) = 0$$

Grundkompetenz:

AG2.3: Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können.

Format: Offenes Format

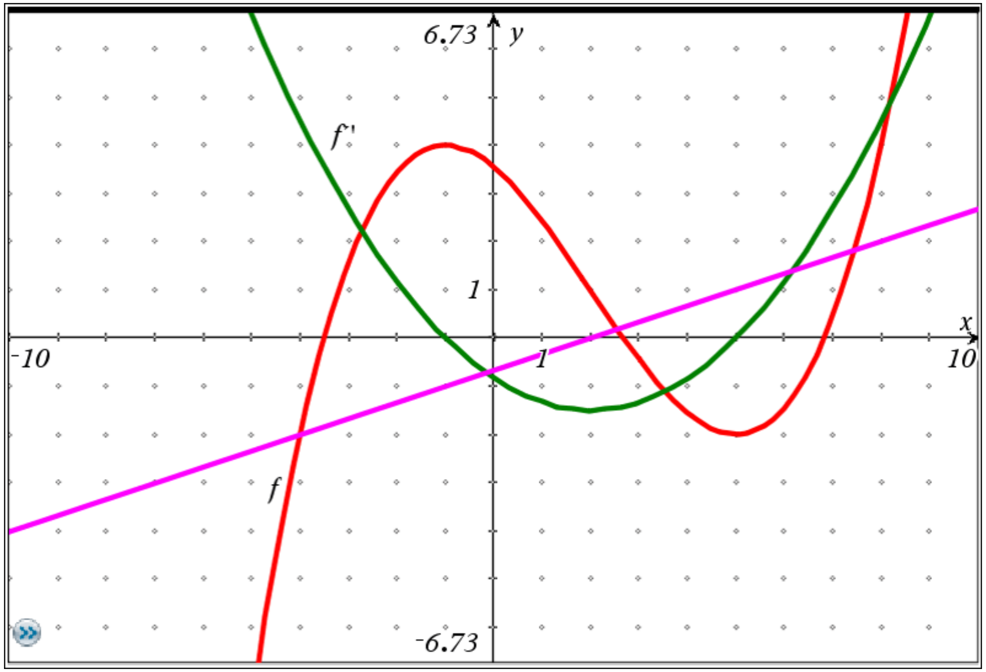
🛠Baustein 6: Graphen der Ableitungsfunktionen



Der Bildausschnitt zeigt die Graphen einer Polynomfunktion 3. Grades f und ihrer 1. Ableitungsfunktion f'.
Zeichnen Sie jenen Graphen f'' ein, der die 2. Ableitungs-funktion darstellen könnte.

Format: Konstruktionsformat

Lösungserwartung Baustein 6:



Streng monoton steigende lineare Funktion, die durch den Punkt (2/0) geht.

Variante 2:
Streng monoton steigende lineare Funktion, die die Nullstelle an der Stelle des vermuteten Wendepunktes hat.

Bezüge zu den Grundkompetenzen des SRP-Konzepts:
AN3.2 – H3

Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion in deren grafischer Darstellung erkennen können.