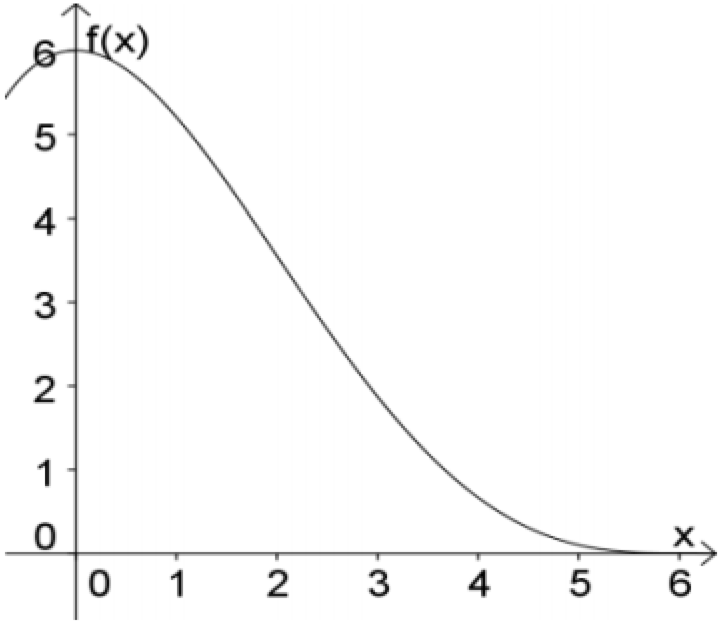
Ideen für die Entwicklung von Aufgaben für die mündliche Reifeprüfung

Mag. Michael Leitgeb

- HTL Mödling
  - Angewandte Mathematik
  - Angewandte Informatik
- BMB
  - Itemwriter SRDP AM
  - aufgabenpool.at

SRDP Aufgabe BHS

Vom höchsten Punkt eines Hügels soll eine Rutsche herunterführen. Das Profil der geplanten Rutsche kann durch die folgende Funktion f annähernd beschrieben werden:



$$f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432) \quad \text{mit} \quad 0 \le x \le 6$$

Der Neigungswinkel einer Spielplatzrutsche darf laut Norm aus Sicherheitsgründen an keiner Stelle 60 Grad (°) überschreiten, und der mittlere Neigungswinkel der gesamten Rutsche darf nicht größer als 40° sein.

– Überprüfen Sie mithilfe einer Differenzialrechnung, ob die geplante Rutsche normgerecht ist.

Analyse und Umgestaltung

https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung_ahs_lfmath.pdf?5l52km

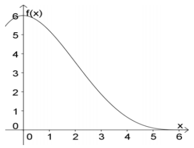
Die kompetenzorientierte Reifeprüfung

Mathematik an AHS

Richtlinien und Beispiele für Themenpool
und Prüfungsaufgaben

Analyse und Umgestaltung

Vom höchsten Punkt eines Hügels soll eine Rutsche herunterführen. Das Profil der geplanten Rutsche kann durch die folgende Funktion f annähernd beschrieben werden:



$$f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432) \quad \text{mit} \quad 0 \le x \le 6$$

Der Neigungswinkel einer Spielplatzrutsche darf laut Norm aus Sicherheitsgründen an keiner Stelle 60 Grad (°) überschreiten, und der mittlere Neigungswinkel der gesamten Rutsche darf nicht größer als 40° sein.

– Überprüfen Sie mithilfe einer Differenzialrechnung, ob die geplante Rutsche normgerecht ist.

I3: Differential- und Integralrechnung

- Differenzenquotient und Differentialquotient: Grundidee, verschiedene Deutungen (z. B. verschiedene Änderungsmaße, Geschwindigkeit)
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung: Grundidee, verschiedene Deutungen des bestimmten Integrals (z. B. Flächeninhalt, Volumen, naturwissenschaftliche Deutungen)

Analyse und Umgestaltung

Vom höchsten Punkt eines Hügels soll eine Rutsche herunterführen. Das Profil der geplanten Rutsche kann durch die folgende Funktion f annähernd beschrieben werden:

$$f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432) \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 6$$

x, $f(x)$ … Koordinaten in Metern

Handlungsdimension H1: Darstellen

- Stellen Sie die Funktion in einem passenden Koordinatensystem dar.
(Reproduktion)

Analyse und Umgestaltung

Vom höchsten Punkt eines Hügels soll eine Rutsche herunterführen. Das Profil der geplanten Rutsche kann durch die folgende Funktion f annähernd beschrieben werden:

$$f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432) \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 6$$

$x, f(x)$ … Koordinaten in Metern

- Stellen Sie die Funktion in einem passenden Koordinatensystem dar. (Reproduktion, H1)

Der Neigungswinkel einer Spielplatzrutsche darf laut Norm aus Sicherheitsgründen an keiner Stelle 60 Grad (°) überschreiten, und der mittlere Neigungswinkel der gesamten Rutsche darf nicht größer als 40° sein.

Handlungsdimension H4 + H2: Argumentieren und Operieren

- Zeigen Sie, dass die Rutsche an ihrer steilsten Stelle die Norm überschreitet. (Reproduktion, Transfer)

Analyse und Umgestaltung

Vom höchsten Punkt eines Hügels soll eine Rutsche herunterführen. Das Profil der geplanten Rutsche kann durch die folgende Funktion *f* annähernd beschrieben werden:

$$f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432) \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 6$$

$x, f(x)$ … Koordinaten in Metern

- Stellen Sie die Funktion in einem passenden Koordinatensystem dar. (Reproduktion, H1)

Der Neigungswinkel einer Spielplatzrutsche darf laut Norm aus Sicherheitsgründen an keiner Stelle 60 Grad (°) überschreiten, und der mittlere Neigungswinkel der gesamten Rutsche darf nicht größer als 40° sein.

- Zeigen Sie, dass die Rutsche an ihrer steilsten Stelle die Norm überschreitet. (Reproduktion, Transfer, H4+H2)

Handlungsdimension H3: Interpretieren

- Interpretieren Sie den Wert -1 der sich aus der Rechnung $\frac{f(6)-f(0)}{6-0}$ ergibt im Sachzusammenhang und erklären Sie dessen Bedeutung hinsichtlich der Sicherheitsnorm. (Reflexion)

Analyse und Umgestaltung

Vom höchsten Punkt eines Hügels soll eine Rutsche herunterführen. Das Profil der geplanten Rutsche kann durch die folgende Funktion f annähernd beschrieben werden:

$$f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432) \quad \text{mit} \quad 0 \le x \le 6$$

$x, f(x)$ … Koordinaten in Metern

- Stellen Sie die Funktion in einem passenden Koordinatensystem dar. (Reproduktion, H1)

Der Neigungswinkel einer Spielplatzrutsche darf laut Norm aus Sicherheitsgründen an keiner Stelle 60 Grad (°) überschreiten, und der mittlere Neigungswinkel der gesamten Rutsche darf nicht größer als 40° sein.

- Zeigen Sie, dass die Rutsche an ihrer steilsten Stelle die Norm überschreitet. (Reproduktion, Transfer, H4+H2)

- Interpretieren Sie den Wert -1 der sich aus der Rechnung $\frac{f(6)-f(0)}{6-0}$ ergibt im Sachzusammenhang und erklären Sie dessen Bedeutung hinsichtlich der Sicherheitsnorm. (Reflexion, H3)

SRDP BHS - Signalwörter

- Stellen Sie die Funktion in einem passenden Koordinatensystem dar.

SRDP BHS - Signalwörter

- Stellen Sie die Funktion in einem passenden Koordinatensystem dar.

Signalwörter-Katalog

https://www.srdp.at/fileadmin/user_upload/downloads/Bgleitmaterial/08_AMT/srdp_am_signalwoerter_2014-09-29.pdf

darstellen / zeichnen	B Operieren	▪ grafische Darstellung eines Sachverhaltes von einem Ansatz ausgehend	▪ *Stellen Sie* ... grafisch *dar*. ▪ *Zeichnen Sie* den Graphen von ... im Intervall ...

SRDP BHS - Signalwörter

- Zeigen Sie, dass die Rutsche an ihrer steilsten Stelle die Norm überschreitet.

SRDP BHS - Signalwörter

- Zeigen Sie, dass die Rutsche an ihrer steilsten Stelle die Norm überschreitet.

zeigen / nachweisen	D Argumentieren	▪ erwartet eine Begründung	▪ *Zeigen Sie*, dass die Funktion keine Extremstellen hat.
berechnen	B Operieren	▪ numerische Werte von einem Ansatz ausgehend unter Umständen auch mit Technologieeinsatz gewinnen bzw. algebraische Symbole durch Umformen mit gezielten Rechenschritten ermitteln	▪ *Berechnen Sie* die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses ...

SRDP BHS - Signalwörter

- Interpretieren Sie den Wert -1 der sich aus der Rechnung $\frac{f(6)-f(0)}{6-0}$ ergibt …

SRDP BHS - Signalwörter

- Interpretieren Sie den Wert -1 der sich aus der Rechnung $\frac{f(6)-f(0)}{6-0}$ ergibt …

interpretieren	C Interpretieren	■ mathematisch formale Ergebnisse und Abhängigkeiten auf einen inhaltlichen Bezug zurückführen ■ den Einfluss von Parametern abschätzen und beschreiben	■ *Interpretieren Sie* das Ergebnis in Bezug auf ... ■ *Interpretieren Sie* den Graphen in diesem Sachzusammenhang. ■ *Interpretieren Sie* den Unterschied ...

Signalwörter

14.1 Aufgabenstellung

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -4x^3 + 12x^2$.

a) Bestimmen Sie den Wendepunkt, die lokalen Extrema und die Nullstellen der Funktion und zeichnen Sie den Funktionsgraphen im Intervall $[-1; 3]$. Bestimmen Sie den Funktionsterm der Geraden g, die durch den Wendepunkt und die einfache Nullstelle führt.

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt A_1, den der Funktionsgraph von f im 1. Quadranten mit der x-Achse einschließt, sowie den Flächeninhalt A_2, den der Funktionsgraph von f im 1. Quadranten mit der Geraden g einschließt. Wie viel Prozent von A_1 nimmt der Flächeninhalt A_2 ein?

c) Berechnen Sie das Volumen jenes Körpers, der entsteht, wenn der Funktionsgraph zwischen den beiden Extrempunkten um die x-Achse rotiert. Erläutern Sie die Vorgangsweise!

Aufgabe

http://www.veritas.at/neue-reifepruefung-muendlich-mathematik.html

Signalwörter

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -4x^3 + 12x^2$.

a) Bestimmen Sie den Wendepunkt, die lokalen Extrema und die Nullstellen der Funktion und zeichnen Sie den Funktionsgraphen im Intervall [−1; 3]. Bestimmen Sie den Funktionsterm der Geraden *g*, die durch den Wendepunkt und die einfache Nullstelle führt.

Signalwörter

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -4x^3 + 12x^2$.

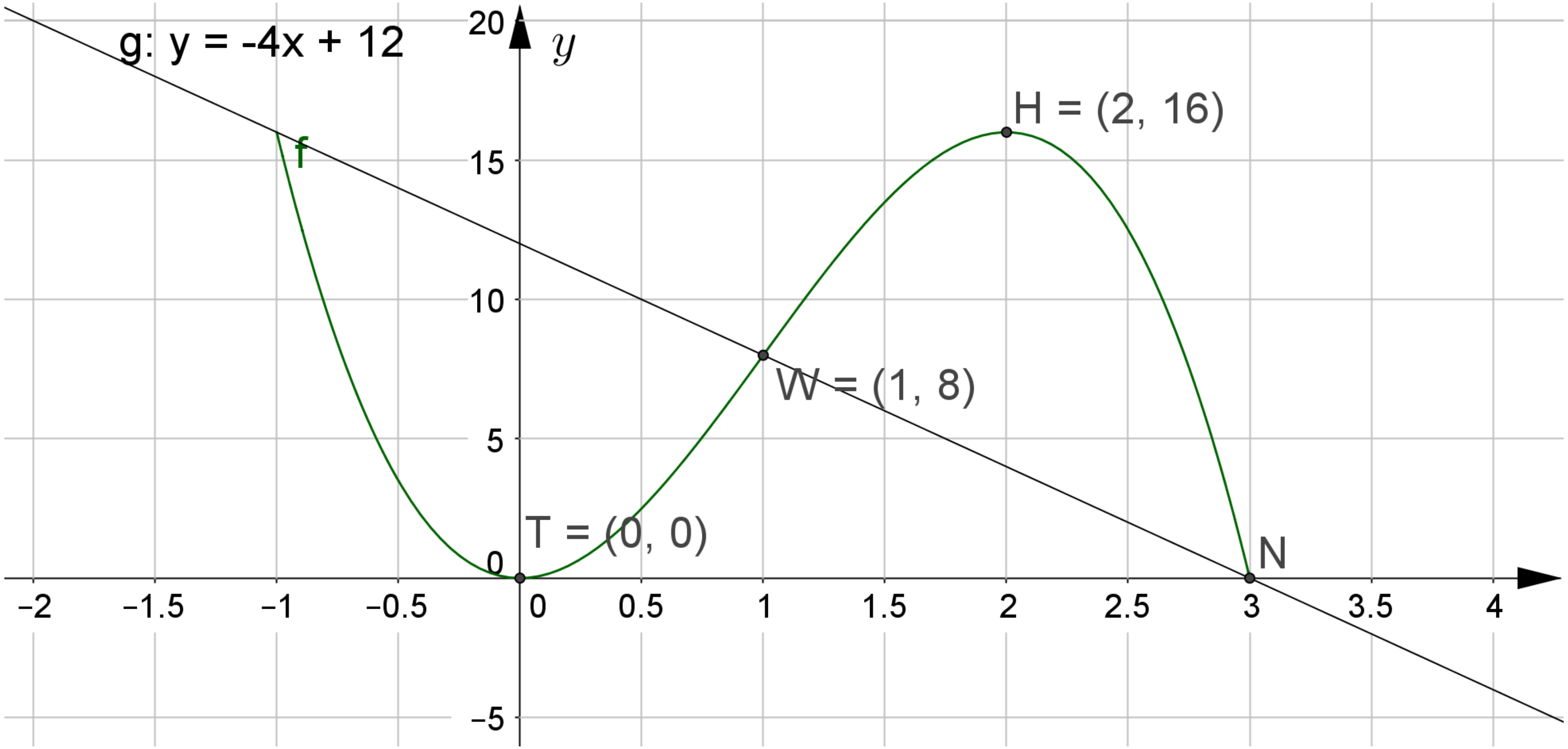
a) Bestimmen Sie den Wendepunkt, die lokalen Extrema und die Nullstellen der Funktion und zeichnen Sie den Funktionsgraphen im Intervall $[-1; 3]$. Bestimmen Sie den Funktionsterm der Geraden g, die durch den Wendepunkt und die einfache Nullstelle führt.

berechnen	B Operieren	■ numerische Werte von einem Ansatz ausgehend unter Umständen auch mit Technologieeinsatz gewinnen bzw. algebraische Symbole durch Umformen mit gezielten Rechenschritten ermitteln	■ *Berechnen Sie* die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses ...
bestimmen	B Operieren	■ Werte (nicht zwingend numerisch) von einem Ansatz ausgehend gewinnen	■ *Bestimmen Sie* die Nullstelle ...

Signalwörter (Geogebra, CAS)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -4x^3 + 12x^2$.

a) Bestimmen Sie den Wendepunkt, die lokalen Extrema und die Nullstellen der Funktion und zeichnen Sie den Funktionsgraphen im Intervall $[-1; 3]$. Bestimmen Sie den Funktionsterm der Geraden g, die durch den Wendepunkt und die einfache Nullstelle führt.



Signalwörter

Handlungs-anweisung	Handlungs-kompetenz	Beschreibung	Beispiel
modellieren / Modell bilden	A Modellieren	▪ zu einem anwendungsbezogenen Problem ein Modell in Form einer Gleichung, einer Funktion oder einer Grafik finden ▪ eine Formel oder Gleichung entwickeln	▪ *Modellieren Sie* ein Verfahren, mit dem man ... ▪ *Bilden Sie* ein lineares *Modell* ...
lösen	B Operieren	▪ numerische Werte von einer Gleichung / einem Ansatz ausgehend gewinnen	▪ *Lösen Sie* die Differenzialgleichung ...
interpretieren	C Interpretieren	▪ mathematisch formale Ergebnisse und Abhängigkeiten auf einen inhaltlichen Bezug zurückführen ▪ den Einfluss von Parametern abschätzen und beschreiben	▪ *Interpretieren Sie* das Ergebnis in Bezug auf ... ▪ *Interpretieren Sie* den Graphen in diesem Sachzusammenhang. ▪ *Interpretieren Sie* den Unterschied ...
begründen	D Argumentieren	▪ den Einsatz mathematischer Modelle und Rechenverfahren erläutern und begründen	▪ *Begründen Sie*, warum der dargestellte Funktionsgraph den Zusammenhang richtig beschreibt.

Signalwörter

Handlungs-anweisung	Handlungs-kompetenz	Beschreibung	Beispiel
modellieren / Modell bilden	A Modellieren	H1: Darstellen, Modellbilden	
lösen	B Operieren	H2: Rechnen, Operieren	
interpretieren	C Interpretieren	H3: Interpretieren	
begründen	D Argumentieren	H4: Argumentieren, Begründen	

Anwendungsgebiete

aufgabenpool.at

Tasks: 453 | Items: 1446 (Stand: 01.03.2017)

Rohrleitung_1	BH_3.2	Lineare Funktion	B C D	1 2 3 4 5
Straßenverkehr in Tirol_1	3.2	Lineare Funktion	C	8
Medien_und_Technologie	3.2	Lineare Funktion	C A	1 2 3 4 5 7 8
Tagestemperatur	3.2	Lineare Funktion	A B	2 3 4 5 6 9

Anwendungsgebiete

aufgabenpool.at

Rohrleitung_1	BH_3.2	Lineare Funktion	B C D	1 2 3 4 5
Straßenverkehr in Tirol_1	3.2	Lineare Funktion	C	8
Medien_und_Technologie	3.2	Lineare Funktion	C A	1 2 3 4 5 7 8
Tagestemperatur	3.2	Lineare Funktion	A B	2 3 4 5 6 9

Aufgabenname (Task)

Inhalt

Handlungsdimension

Cluster (HTL Cluster 1-5, HUM 6, HLFS 7, HAK 8, BAKIP 9)

Anwendungsgebiete

Rohrleitung_1	BH_3.2 Lineare Funktion	B C D	1 2 3 4 5

c) In einem Rohr nimmt der Druck durch die Reibung ab. Er wird also mit zunehmender Entfernung vom Rohranfang geringer.
Entsprechend dem Gesetz von Hagen-Poiseuille kann der Druck in einem Rohr in Abhängigkeit von der Rohrlänge x durch eine lineare Funktion p beschrieben werden.

– Zeigen Sie, dass der Druckverlust Δp proportional zur Rohrlänge ist; d.h., für alle x ist $\Delta p(x) = p(0) - p(x) = c \cdot x$ mit c konstant.

Der Druck in einem Rohr wird an 2 Stellen gemessen. Die Ergebnisse sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Rohrlänge in m	Druck in bar
5	3,998
33	3,901

– Bestimmen Sie mithilfe der linearen Interpolation den Druck bei einer Rohrlänge von 14 m.
– Beschreiben Sie, welche Bedeutung die Steigung der linearen Funktion p in diesem Sachzusammenhang hat.

B ... Operieren
C ... Interpretieren
D ... Argumentieren

BH_3.2 folgende Funktionen skizzieren, interpretieren und erklären: lineare Funktion, quadratische Funktion, 1/x, 1/x(hoch)2, Wurzelfunktion, Winkelfunktionen, Exponentialfunktion (Wachstums-, Sättigungs- und Abklingfunktionen), Logarithmusfunktion; den Einfluss der Parameter a, b und c interpretieren und erklären (Verschiebung im Koordinatensystem und Skalierung gemäß a * f(x + b) + c)

SRDP BHS → mündliche Reifeprüfung

Thema 24: Stetige Verteilungen
Inhalt und Handlung
• Die Normalverteilung als approximative Beschreibung von Binomialverteilungen erklären • Die Modellentscheidung für eine Normalverteilung begründen; Verteilungen grafisch darstellen • Wahrscheinlichkeitsaussagen mit Hilfe der Normalverteilung machen; Ergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen • Hypothesen mit Hilfe der Normalverteilung testen 💻 Normalverteilungen mit Hilfe von Technologie darstellen und berechnen 💻 Hypothesen mit Hilfe von Technologie testen

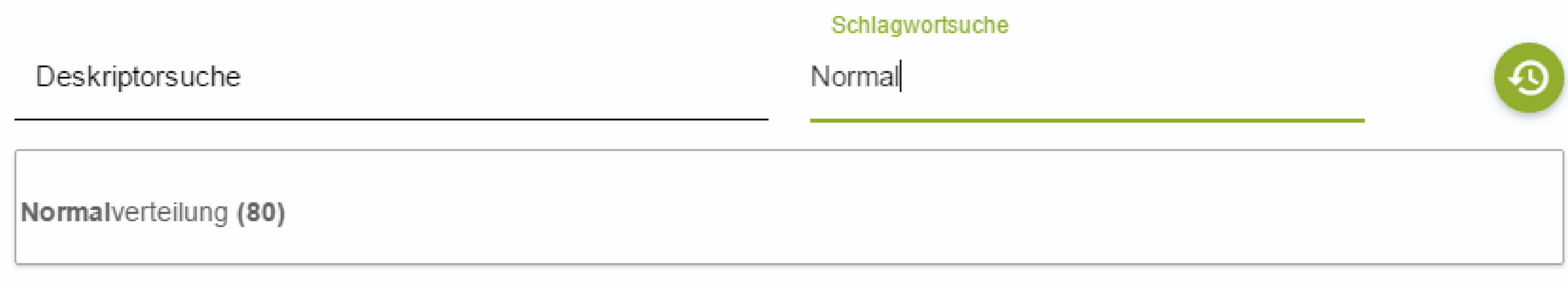
Vernetzung und Anwendung
• Normalverteilung ⇔ Approximationsfunktionen • Normalverteilung ⇔ Integralrechnung

Anwendungsgebiet

SRDP BHS → mündliche Reifeprüfung

Themenbereich: Stetige Verteilungen

Inhaltsdimension: Stochastik



SRDP BHS → mündliche Reifeprüfung

Themenbereich: Stetige Verteilungen

Inhaltsdimension: Stochastik

Schlagwortsuche

Deskriptorsuche

Normal

Normalverteilung **(80)**

Schadstoffausbreitung_2 BH_5.1 Normalverteilung

Eine Messstation registriert täglich zu einem bestimmten Zeitpunkt die Konzentration der von einer Fabrik emittierten Schadstoffe (in mg/m³). Es wird angenommen, dass diese Schadstoffkonzentrationen annähernd normalverteilt sind.

SRDP BHS $\longrightarrow$ mündliche Reifeprüfung

Themenbereich: Stetige Verteilungen Anwendung: Messstation Schadstoffe

Inhaltsdimension: Stochastik

Eine Messstation registriert täglich zu einem bestimmten Zeitpunkt die Konzentration der von einer Fabrik emittierten Schadstoffe (in mg/m³). Es wird angenommen, dass diese Schadstoffkonzentrationen annähernd normalverteilt sind.

SRDP BHS → mündliche Reifeprüfung

Themenbereich: Stetige Verteilungen

Anwendung: Messstation Schadstoffe

Inhaltsdimension: Stochastik

Eine Messstation registriert täglich zu einem bestimmten Zeitpunkt die Konzentration der von einer Fabrik emittierten Schadstoffe (in mg/m³). Es wird angenommen, dass diese Schadstoffkonzentrationen annähernd normalverteilt sind.

Die Verteilung der Schadstoffkonzentration kann sowohl mithilfe der Dichtefunktion als auch mithilfe der Verteilungsfunktion der Normalverteilung beschrieben werden. In der nachstehenden Abbildung 1 ist der Graph der Dichtefunktion dargestellt.

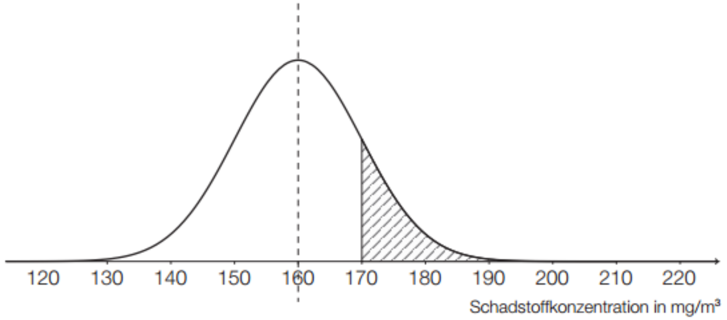


Abbildung 1

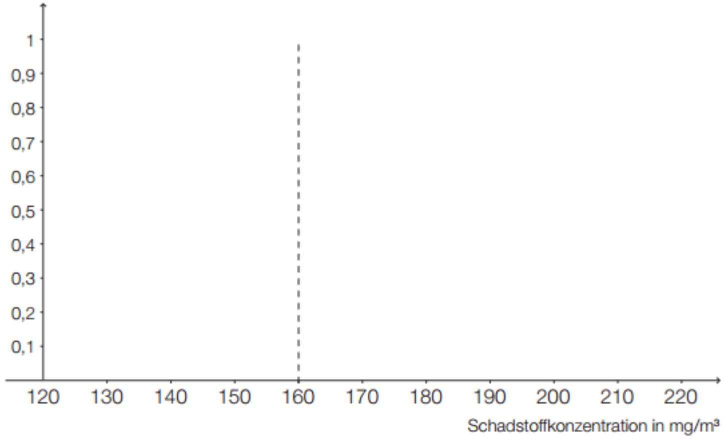


Abbildung 2

SRDP BHS → mündliche Reifeprüfung

Themenbereich: Stetige Verteilungen

Inhaltsdimension: Stochastik

Anwendung: Messstation Schadstoffe

Komplexität: Transfer

Eine Messstation registriert täglich zu einem bestimmten Zeitpunkt die Konzentration der von einer Fabrik emittierten Schadstoffe (in mg/m³). Es wird angenommen, dass diese Schadstoffkonzentrationen annähernd normalverteilt sind.

Die Verteilung der Schadstoffkonzentration kann sowohl mithilfe der Dichtefunktion als auch mithilfe der Verteilungsfunktion der Normalverteilung beschrieben werden. In der nachstehenden Abbildung 1 ist der Graph der Dichtefunktion dargestellt.

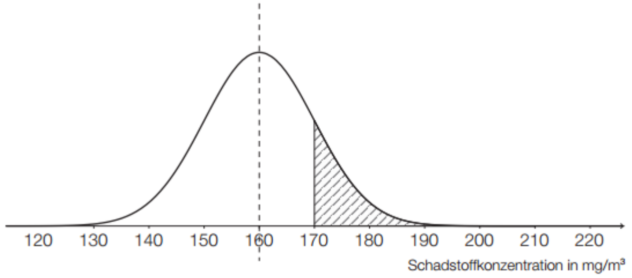


Abbildung 1

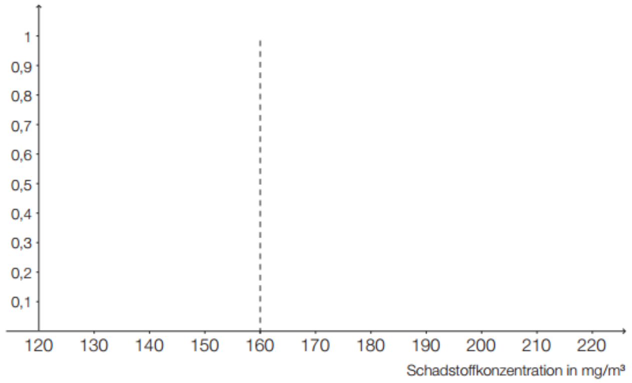


Abbildung 2

- Lesen Sie aus dem Graphen der Dichtefunktion den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ ab. (H3, Transfer)

SRDP BHS → mündliche Reifeprüfung

Themenbereich: Stetige Verteilungen — Anwendung: Messstation Schadstoffe

Inhaltsdimension: Stochastik — Komplexität: Transfer, Reproduktion

Eine Messstation registriert täglich zu einem bestimmten Zeitpunkt die Konzentration der von einer Fabrik emittierten Schadstoffe (in mg/m³). Es wird angenommen, dass diese Schadstoffkonzentrationen annähernd normalverteilt sind.

Die Verteilung der Schadstoffkonzentration kann sowohl mithilfe der Dichtefunktion als auch mithilfe der Verteilungsfunktion der Normalverteilung beschrieben werden. In der nachstehenden Abbildung 1 ist der Graph der Dichtefunktion dargestellt.

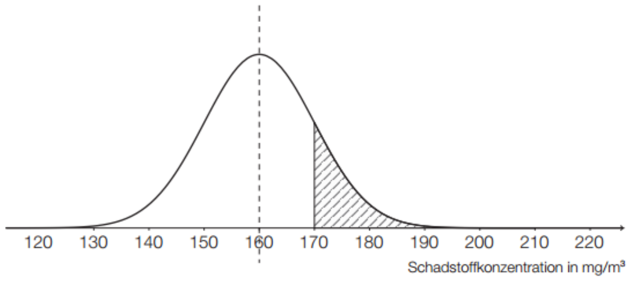


Abbildung 1

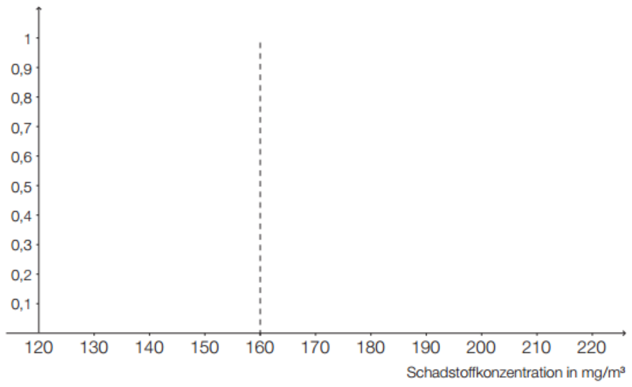


Abbildung 2

- Lesen Sie aus dem Graphen der Dichtefunktion den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ ab. (H3, Transfer)

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Konzentration der emittierten Schadstoffe bei einer Messung unter 180 mg/m³ liegt. (H2, Reproduktion)

SRDP BHS → mündliche Reifeprüfung

Themenbereich: Stetige Verteilungen

Inhaltsdimension: Stochastik

Anwendung: Messstation Schadstoffe

Komplexität: Transfer, Reproduktion

Eine Messstation registriert täglich zu einem bestimmten Zeitpunkt die Konzentration der von einer Fabrik emittierten Schadstoffe (in mg/m³). Es wird angenommen, dass diese Schadstoffkonzentrationen annähernd normalverteilt sind.

Die Verteilung der Schadstoffkonzentration kann sowohl mithilfe der Dichtefunktion als auch mithilfe der Verteilungsfunktion der Normalverteilung beschrieben werden. In der nachstehenden Abbildung 1 ist der Graph der Dichtefunktion dargestellt.

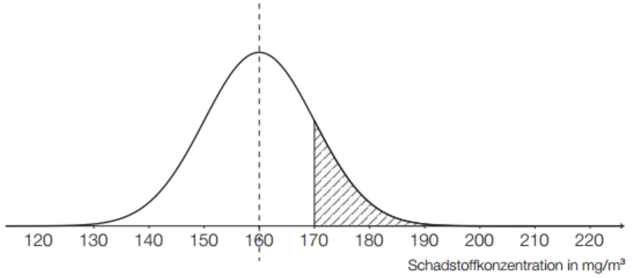


Abbildung 1

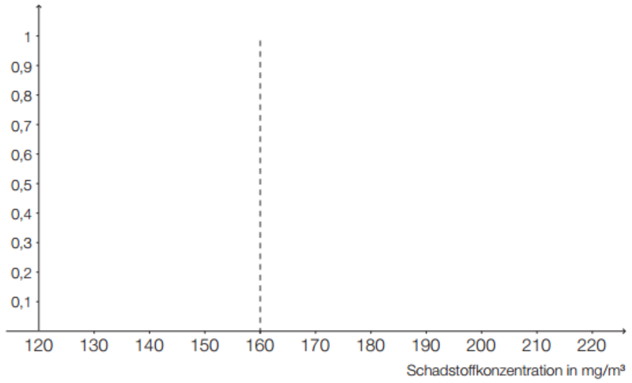


Abbildung 2

- Lesen Sie aus dem Graphen der Dichtefunktion den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ ab. (H3, Transfer)
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Konzentration der emittierten Schadstoffe bei einer Messung unter 180 mg/m³ liegt. (H2, Reproduktion)
- Stellen Sie den Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion in Abbildung 2 dar. (H1, Reproduktion + Transfer)

SRDP BHS → mündliche Reifeprüfung

Themenbereich: Stetige Verteilungen

Inhaltsdimension: Stochastik

Anwendung: Messstation Schadstoffe

Komplexität: Transfer, Reproduktion, Reflexion

Eine Messstation registriert täglich zu einem bestimmten Zeitpunkt die Konzentration der von einer Fabrik emittierten Schadstoffe (in mg/m³). Es wird angenommen, dass diese Schadstoffkonzentrationen annähernd normalverteilt sind.

Die Verteilung der Schadstoffkonzentration kann sowohl mithilfe der Dichtefunktion als auch mithilfe der Verteilungsfunktion der Normalverteilung beschrieben werden. In der nachstehenden Abbildung 1 ist der Graph der Dichtefunktion dargestellt.

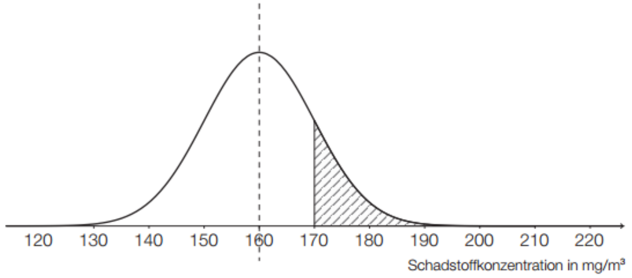


Abbildung 1

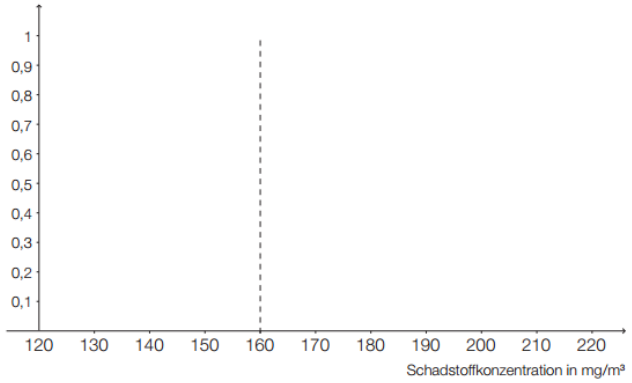


Abbildung 2

- Lesen Sie aus dem Graphen der Dichtefunktion den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ ab. (H3, Transfer)
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Konzentration der emittierten Schadstoffe bei einer Messung unter 180 mg/m³ liegt. (H2, Reproduktion)
- Stellen Sie den Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion in Abbildung 2 dar. (H1, Reproduktion + Transfer)
- Veranschaulichen Sie die in Abb. 1 schraffierte dargestellte Wahrscheinlichkeit in Abb. 2 und erläutern Sie dessen Wert. (H1+ H4, Transfer + Reflexion)

Anwendungen

Die Statistik Austria gibt u. a. Auskunft über die Einnahmen und Ausgaben des Staates Österreich (vgl. Statistik Austria: Struktur der Einnahmen und Ausgaben des Staates, konsolidiert, Jahresdaten – erstellt am 30.09.2013).

a) Die folgende Tabelle gibt die Ausgaben des Staates Österreich für den Zeitraum von 2006 bis 2012 in Milliarden Euro an:

Jahr	Ausgaben in Mrd. Euro
2006	127,293
2007	133,180
2008	139,494
2009	145,333
2010	150,593
2011	151,881
2012	158,735

– Ermitteln Sie mit diesem Datensatz die Gleichung der Regressionsgeraden, die die Ausgaben in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren annähert. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2006.

– Beurteilen Sie mithilfe des Korrelationskoeffizienten, ob die Regressionsgerade ein geeignetes Modell darstellt, um die Entwicklung der Ausgaben zu beschreiben.

– Berechnen Sie anhand dieses Modells näherungsweise die Ausgaben im Jahr 2015.

Anwendungen

In vielen sportlichen Disziplinen erreichen Athletinnen und Athleten neue Bestmarken und sind dabei oft extremen Belastungen ausgesetzt.

a) In der nachstehenden Tabelle ist die Entwicklung der Marathon-Weltrekordzeit dargestellt.

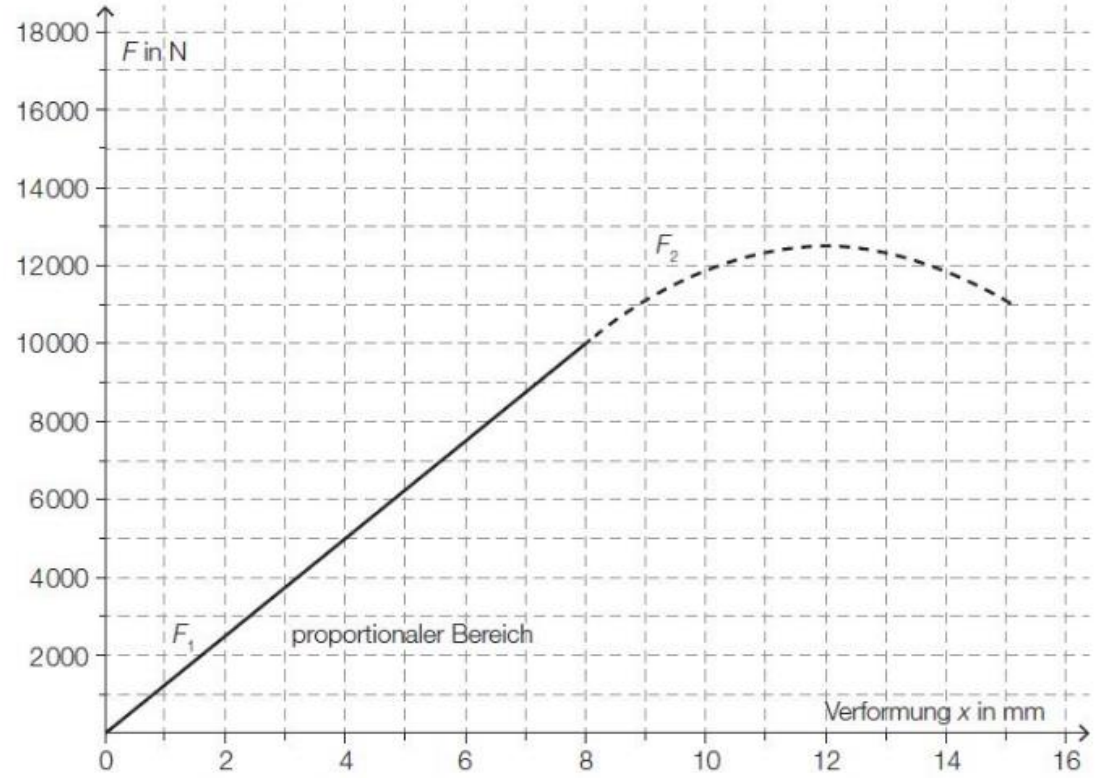
Jahr	2002	2003	2007	2008	2011	2013	2014
Marathon-Weltrekordzeit in h:min:s	2:05:38	2:04:55	2:04:26	2:03:59	2:03:38	2:03:23	2:02:57

- Ermitteln Sie mit diesem Datensatz die Gleichung derjenigen Regressionsfunktion, die die Marathon-Weltrekordzeit in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren annähert. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2002.
- Ermitteln Sie anhand dieses Modells, in welchem Jahr voraussichtlich die Zwei-Stunden-Marke erreicht werden wird.

Anwendungen

Bei einer Bruchbiegeprüfung wird die Festigkeit von Materialproben bestimmt. Unter Erhöhung des Betrags der Kraft $\vec{F}$ in Newton (N) wird die verursachte Verformung x in Millimetern (mm) ermittelt. Das Kraft-Verformungs-Diagramm beschreibt den Zusammenhang von Kraft und Verformung.

Der Verlauf einer Bruchbiegeprüfung an einer Holzprobe ist im nachstehenden Kraft-Verformungs-Diagramm dargestellt.



$$F_2(x) = -\frac{625}{4} \cdot x^2 + 3750 \cdot x - 10000 \quad \text{mit} \quad 8 \le x \le 15{,}1$$

Anwendungen

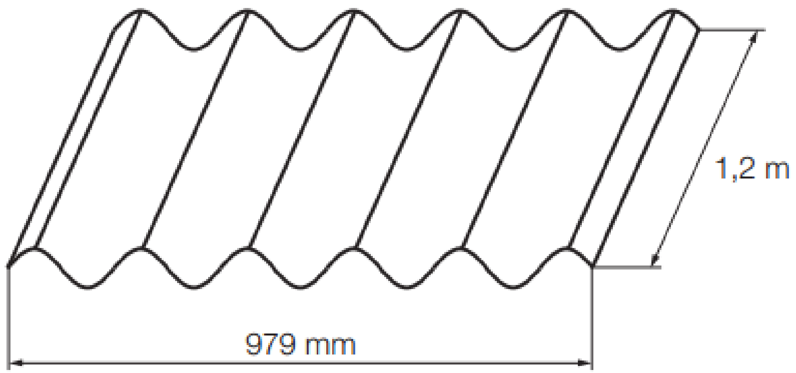
Für die Überdachung einer Terrasse werden Wellblechplatten angebracht. Das Querschnittsprofil des Wellblechs kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion g beschrieben werden:

$$g(x) = 27{,}5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{89} \cdot x\right) \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 979$$

x, $g(x)$ … Koordinaten in Millimetern (mm)

a) – Stellen Sie die Funktion g grafisch dar.

Eine montierte Wellblechplatte hat eine Breite von 979 mm, eine Länge von 1,2 m und eine Dicke von 1 mm (siehe nebenstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).
Der Stahl hat eine Dichte von $\rho = 7{,}85\ \text{g/cm}^3$.



– Berechnen Sie die Masse der Wellblechplatte in Kilogramm (kg).

Anwendungen

Peter richtet in seinem Zimmer ein Heimkino ein.

c) Peter überlegt, wo er den Fernsehsessel positionieren soll, sodass die horizontale Entfernung x zum Fernseher optimal ist. Ideal ist es, in einem Winkel $\alpha = 5°$ auf die Bildschirmmitte hinaufzuschauen. Die Höhe vom Boden zur Bildschirmmitte ist h_1 und die Höhe vom Boden zu Peters Augen ist h_2.

- Erstellen Sie eine beschriftete Skizze, die diesen Sachverhalt darstellt.
- Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der idealen Entfernung x auf.
- Beschreiben Sie, wie sich der Winkel α verändert, wenn man die Entfernung x zum Fernseher vergrößert.

Anwendungen

In der US-amerikanischen Weltraumstation *Skylab* wurde in den 1970er-Jahren eine Reihe von naturwissenschaftlichen Experimenten durchgeführt.

Ein Experiment beschäftigte sich mit der Frage, ob Infrarotsensoren die Wärmeemission von einzelnen Vulkanen auf der Erde messen können. Diese Daten sind für die Vorhersage von Vulkanausbrüchen von Bedeutung.
Folgende Gleichung drückt den Zusammenhang zwischen der spektralen spezifischen Ausstrahlung M_λ, der Wellenlänge λ und der Temperatur T aus:

$$M_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5\left(e^{\frac{c_2}{\lambda \cdot T}} - 1\right)}$$

M_λ … spektrale spezifische Ausstrahlung in $W \cdot m^{-2} \cdot m^{-1}$
$C_1 = 3{,}74151 \cdot 10^{-16}\ W \cdot m^2$
$C_2 = 1{,}43879 \cdot 10^{-2}\ m \cdot K$
T … Temperatur in Kelvin (K)
λ … Wellenlänge in Metern (m)

– Stellen Sie die Funktion M_λ in Abhängigkeit von λ für eine Temperatur $T = 1\,073$ K in einem geeigneten Koordinatensystem im Intervall $0 < \lambda \leq 2 \cdot 10^{-5}$ m dar.
– Dokumentieren Sie in Worten, wie man die Wellenlänge λ berechnen kann, bei der M_λ maximal wird, ohne die Berechnung durchzuführen.
– Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente im Maximum der Kurve.

Anwendungsgebiete

http://aufgabenpool.at